

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ : Παραγοντοποίηση

για τη καλύτερη

κατανόηση της ενότητας.

Καταρχάς, τι είναι η παραγοντοποίηση ;

Παραγοντοποίηση ονομάζουμε τη διαδικασία κατά την οποία μια αλγεβρική παράσταση μετατρέπεται σε γινόμενο παραγόντων.

Πως κάνουμε παραγοντοποίηση ;

Υπάρχουν τέσσερις βασικοί τρόποι με τους οποίους μπορούμε να παραγοντοποιήσουμε μία παράσταση

1^{ος} τρόπος : Κοινός Παράγοντας

Προσπαθούμε να βρούμε κάποιον αριθμό ή κάποια μεταβλητή που να είναι παράγοντας σε όλους τους όρους της παράστασης στη συνέχεια εφαρμόζουμε την επιμεριστική ιδιότητα ανάποδα $\underline{a}b + \underline{a}c = \underline{a}(b+c)$.

πχ

$$3\kappa + 3\lambda = 3(\kappa + \lambda)$$

$$15\omega + 15\theta - 15 = 15(\omega + \theta - 1)$$

$$4\chi - 12 = 4\chi - 4 \cdot 3 = 4(\chi - 3)$$

2^{ος} τρόπος : Ομαδοποίηση

Αν δεν υπάρχει κάποιος κοινός παράγοντας σε όλους τους όρους της παράστασης τότε προσπαθούμε να βρούμε μικρές ομάδες που έχουν κοινό παράγοντα και μετά τη παραγοντοποίηση συνήθως προκύπτει και πάλι κοινός παράγοντας.

πχ

$$3\kappa + 3\lambda + \mu\kappa + \mu\lambda = 3(\kappa + \lambda) + \mu(\kappa + \lambda) = (\kappa + \lambda)(3 + \mu)$$

$$\underline{x}y + \underline{x}^2 + \underline{z}y + \underline{z}x = \underline{x}(y + x) + \underline{z}(y + x) = (y + x)(x + z)$$

3^{ος} τρόπος : Ταυτότητες

Προσπαθούμε να αναγνωρίσουμε μια ταυτότητα μέσα στην αλγεβρική παράσταση, και αν υπάρχει τη γράφουμε στην παραγοντοποιημένη της μορφή (όπως ήταν πριν το ανάπτυγμα).

πχ

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$$

$$25y^2 - 64 = (5y)^2 - 8^2 = (5y - 8)(5y + 8)$$

$$x^2 + 14x + 49 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 7 + 7^2 = (x + 7)^2$$

$$36y^2 + 12y + 1 = (6y)^2 + 2 \cdot 6y \cdot 1 + 1^2 = (6y + 1)^2$$

$$49\kappa^2 - 28\kappa\lambda + 4\lambda^2 = (7\kappa)^2 - 2 \cdot 7\kappa \cdot 2\lambda + (2\lambda)^2 = (7\kappa - 2\lambda)^2$$

4^{ος} τρόπος : Συνδυασμός

Μερικές φορές δεν αρκεί ένας μόνο από τους παραπάνω τρόπους για να γίνει σωστή παραγοντοποίηση, οπότε κάνουμε συνδυασμό τριών

πχ

$$5x^2 - 45 = 5(x^2 - 9) = 5(x^2 - 3^2) = 5(x - 3)(x + 3)$$

$$10x^2 + 140x + 490 = 10(x^2 + 14x + 49) = 10(x^2 + 2 \cdot x \cdot 7 + 7^2) = 10(x + 7)^2$$

$$\begin{aligned}
 x^3 + 5x^2 - 4x - 20 &= \underline{x^3} + 5\underline{x^2} - \underline{4x} - \underline{4 \cdot 5} \\
 &= x^2(\underline{x + 5}) - 4(\underline{x + 5}) \\
 &= (x + 5)(x^2 - 4) \\
 &= (x + 5)(x^2 - 2^2) \\
 &= (x + 5)(x - 2)(x + 2)
 \end{aligned}$$

Λύση εξισώσεων με παραγοντοποίηση

Μπορούμε να λύσουμε μια εξίσωση κάνοντας παραγοντοποίηση ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα

1) Πριν ξεκινήσουμε την παραγοντοποίηση φέρνουμε όλους τους όρους της εξίσωσης στο 1^ο μέλος. **Προσοχή** δεν ξεχνάμε πως **ότι αλλάζει μέλος αλλάζει και πρόσημο**.

2) Προσπαθούμε να παραγοντοποιήσουμε το 1^ο μέλος με όλους τους γνωστούς τρόπους.

3) Αφού έχουμε ένα γινόμενο ίσο με μηδέν σίγουρα κάποιος από τους παράγοντες του θα είναι μηδέν. Έτσι όσοι είναι οι παράγοντες τόσες εξισώσεις δημιουργούνται.

4) Λύνουμε κάθε μια από τις πιο απλές εξισώσεις που δημιουργήσαμε και επαληθεύουμε τις λύσεις.

πχ

$$x^2 + 5x = 5x + 16$$

$$x^2 + 5x - 5x - 16 = 0$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 - 4^2 = 0$$

$$(x - 4)(x + 4) = 0$$

Άρα

$$x - 4 = 0$$

$$\mathbf{x = 4}$$

ή

$$x + 4 = 0$$

$$\mathbf{x = - 4}$$

και μερικές ασκήσεις...

1. Να γίνουν οι παραγοντοποιήσεις

A) $3\mu + 3\nu =$

B) $21\omega + 21\theta - 21 =$

Γ) $9a - 18 =$

Δ) $11\kappa + 11\lambda + \nu\kappa + \nu\lambda =$

E) $x^2y + x^2 + Qy + Q =$

Z) $x^2 - 64 =$

H) $x^2 - 12x + 36 =$

Θ) $100y^2 + 20y + 1 =$

I) $7x^2 - 7 =$

K) $3z^2 + 12z + 12 =$

2. Να λυθούν οι εξισώσεις

A) $x^2 - 25 = 0$

B) $x^2 + 8x = 0$

Γ) $x^2 - 14x + 49 = 0$

E) $x^2 + 9x = 9x + 36$

Z) $5x^2 + 12x + 1 = 3x^2 - 2x + 1$

3. Πρόβλημα

Να βρείτε, αν υπάρχουν, τους αριθμούς που να είναι ίσοι με το τετραπλάσιο του αντιστρόφου τους.